**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Алгебраическая проблема собственных значений и численные алгоритмы её решения на компьютере

Eigenvalues Algebraic Problem and Numerical Algorithms for its Solving on PC

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 055139

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Освоение обучающимися основных методов решения задач линейной алгебры.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Умение выбрать алгоритм решения задачи, знание основ вычислительной математики.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Общее представление о принципах построения алгоритмов решения задач линейной алгебры.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Участие в обсуждениях возникающих проблем при математической постановке задачи.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 7 | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 8 |  | 30 | 2 |
|  | 2-100 |  | 2-100 |  |  |  |  |  | 2-100 |  |  | 10-25 |  |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 30 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  | 30 |  |  | 8 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 7 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Наименование темы (раздела, части)** | **Вид учебных занятий** | **Кол-во часов** |
| 1. | Вычисление собственных значений | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4  3 |
| 2. | Теоремы локализации | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4  4 |
| 3. | Приведение к матрицам специального вида | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4 |
| 4. | Степенной метод. Обратный степенной метод | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4 |
| 5. | Метод Якоби. Различные стратегии выбора обнуляемого элемента. Доказательство сходимости. Асимптотически квадратичная сходимость | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4 |
| 6. | QR алгоритм. Общая схема алгоритма. Трехдиагональная QR итерация, итерация с формой Хессенберга. Доказательство сходимости. Ускорение сходимости - различные стратегии сдвигов | лекции | 4 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 4  3 |
| 7. | Алгоритмы вычисления сингулярного разложения. Модификация QR итерации для двухдиагональной SVD-задачи. Метод Якоби для вычисления SVD | лекции | 6 |
| самостоятельная работа в присутствии преподавателя | 6  2 |
| 8. | Промежуточная аттестация | консультации | 2 |
| самостоятельная работа | 8 |
| экзамен | 2 |
| **Итого** | | | **72** |

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Предмет предполагает посещение обучающимися лекций. Упражнения составляются преподавателем. Методические материалы в списке литературы

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Методические материалы для самостоятельной работы в списке литературы. Список задач для решения формируется преподавателем.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Методика проведения экзамена.

Экзамен проводятся в устной форме. Билет состоит из одного теоретического вопроса и двух задач. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет не более 40 минут.

После ответа на вопрос билета и проверки решения задач преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, ответы на которые также влияют на итоговую оценку.

Критерии выставления оценок:

1. Оценка «отлично»: выполнены в установленный срок все индивидуальные задания по курсу; правильные ответы на вопросы билета и дополнительные вопросы.
2. Оценка «хорошо»: выполнены все индивидуальные задания по курсу, но срок их выполнения нарушался; продемонстрировано знание материла курса в целом, но были ошибки при ответе на вопрос билета или дополнительные вопросы, или в решениях задач из билета (экзаменуемый смог их исправить после наводящих вопросов преподавателя).
3. Оценка «удовлетворительно»: имеются невыполненные индивидуальные задания по курсу, но на экзамене решены задачи на соответствующие им темы; при ответе на вопросы билета и дополнительные вопросы обнаружено недостаточное знание ряда тем.
4. Оценка «неудовлетворительно»: не выполнены условия получения оценки «удовлетворительно».

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Примерные вопросы для экзамена:

1. Вычисление собственных значений
2. Различные постановки задачи на собственные значения. Общая характеристика методов.
3. Теоремы локализации. Круги Гершгорина. Теория возмущений. Симметричный, несимметричный случаи. Возмущения собственных векторов.
4. Приведение к матрицам специального вида: трехдиагональным, двухдиагональным, Хессенберга. Алгоритмы вращений и отражений.
5. Степенной метод. Обратный степенной метод.
6. Метод Якоби. Различные стратегии выбора обнуляемого элемента. Доказательство сходимости. Асимптотически квадратичная сходимость.
7. Метод Бисекции. Теорема об инерции. Обратная итерация для вычисления собственных векторов.
8. Разделяй и Властвуй. Понятие дефляции. Решение векового уравнения. Устойчивое вычисление собственных векторов. Ускорение алгоритма посредством FMM.
9. QR алгоритм. Общая схема алгоритма. Трехдиагональная QR итерация, итерация с формой Хессенберга. Доказательство сходимости. Ускорение сходимости - различные стратегии сдвигов.
10. Метод Ланцоша. Крыловские подпространства. Числа и векторы Ритца. Алгоритм Ланцоша с выборочной ортогонализацией. Алгоритм Арнольди
11. Алгоритмы вычисления сингулярного разложения. Модификация QR итерации для двухдиагональной SVD-задачи. Метод Якоби для вычисления SVD
12. О новых методах решения частичной проблемы собственных значений.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Доцент, профессор или преподаватель со степенью кандидата физ.-мат. наук или технических наук.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Аудитория для чтения лекций и проведения консультаций.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Не используется.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не используется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

MatLab, Maple.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не используется.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. Дж.Х.Уилкинсон. Алгебраическая проблема собственных значений. 1970.

2. Д.Уоткинс. Основы матричных вычислений. 2006.

3. Р.Хорн, Ч.Джонсон. Матричный анализ. 1989.

4. Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

Не требуется.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Рябов Виктор Михайлович, д.ф.-м.н., профессор.

Борзых Алексей Николаевич, канд. ф.-м. н., доцент.